OLÍMPIADA DE MATEMÁTICA – 2019 – 2ª FASE

Lógica é Lógico

G A B A R I T O

01) Observe o diálogo entre Alex e Rafael:

a) Após fazer as contas, Alex respondeu que o número da página era:

UMA SOLUÇÃO!

Basta fazer o caminho INVERSO:

$$2 \cdot 7 = 14 \;\; ; \;\; 14 + 6 = 20 \;\; ; \;\; 20 \div 4 = 5 \;\; ; \;\; 5 \cdot 3 = 15 \;\; e \;\; 15 - 5 = 10$$

Assim, Alex respondeu que o número da página era 10.

CORREÇÃO!

0,5 ponto – **0,1** ponto para cada um dos cálculos explicitados, ou **0,5** pela resposta correta obtida com outros procedimentos.

b) Se Rafael estivesse olhando a página 262, qual seria o resultado informado?

UMA SOLUÇÃO!

Basta seguir as instruções de Rafael:

$$262 + 5 = 267 \;\; ; \;\; 267 \div 3 = 89 \;\; ; \;\; 89 \cdot 4 = 356 \;\; ; \;\; 356 - 6 = 350 \;\; e \;\; 350 \div 7 = 50$$

Portanto, Rafael informaria que o resultado é 50.

CORREÇÃO!

0,5 ponto – **0,1** ponto para cada um dos cálculos explicitados.

c) Caso Rafael tivesse informado 150 como resultado, para qual página ele estaria olhando?

Basta fazer o caminho INVERSO:

$$150 \cdot 7 = 1050 \;\; ; \;\; 1050 + 6 = 1056 \;\; ; \;\; 1056 \div 4 = 264 \;\; ; \;\; 264 \cdot 3 = 792 \;\; e \;\; 792 - 5 = 787$$

Assim, Alex responderia que o número da página era 787.

CORREÇÃO!

1,0 ponto – Para a solução correta juntamente com os cálculos.

02) Uma porção de páginas numeradas consecutivamente caíram de uma pasta. A primeira página tinha o número 463 e a última tinha um número com os mesmos algarismos, mas em uma ordem diferente. Quantas folhas de papel caíram?

(Cada folha consiste em duas páginas com números consecutivos.)

UMA SOLUÇÃO!

Como a primeira página é ímpar, a última tem que ser par (frente e verso), logo ela tem que terminar em 4 ou 6. Mas o número na última página é maior do que 463, então seu número começa com 6 e termina como 4. Portanto a única opção possível para a numeração da última página é 634, de modo que o número total de páginas é:

634 – 462 = 172

(OBSERVAÇÃO: se subtraíssemos 463 no lugar de 462, estaríamos excluindo a primeira página, o próprio "463" e, seria preciso acrescentar 1 ao resultado).

Dado que as folhas são compostas por 2 páginas, temos: 172 ÷ 2 = 86 folhas de papel

CORREÇÃO!

0,5 ponto – Por concluir que o número da última página é 634.

1,0 ponto – Por concluir que caíram um total de 172 páginas.

0,5 ponto – Por concluir que são ao todo 86 folhas de papel.

03) Quando Carolina quebrou seu cofrinho de porco não tinha mais do que 100 moedas. Ela dividiu as moedas em pilhas com 2 moedas cada, mas sobrou uma moeda. Aconteceu a mesma coisa quando Carolina dividiu as moedas em pilhas com 3 moedas, com 4 moedas e com 5 moedas. Sempre sobrava uma moeda.

a) Quantas moedas havia no cofrinho de porco?

UMA SOLUÇÃO!

Se retirarmos 1 moeda do total, o número de moedas de Carolina passa a ser múltiplo de 2, 3, 4 e 5.

Para o número de moedas ser múltiplo de 5, ele precisa "terminar" com 0 ou 5, como ele também é múltiplo de 2, tal número é par e termina com 0, ou seja, 10, 20, 30, ... , 80, 90.

Temos que o número é múltiplo de 3, o que reduz as possibilidades em 30, 60 e 90 e dado que este número também é múltiplo de 4, concluímos que se trata do 60. Tomando de volta a moeda inicial, Carolina possui 61 moedas.

OBSERVAÇÃO:

Bastava efetuar o Mínimo Múltiplo Comum destes números, isto é, MMC (2, 3, 4, 5) = 60.

CORREÇÃO!

1,5 pontos – Por concluir e justificar que são 61 moedas.

b) Caso houvesse mais de 200 moedas no cofrinho de porco, qual a próxima quantidade de moedas que satisfaz as condições das pilhas feitas por Carolina?

UMA SOLUÇÃO!

Novamente, se retirarmos 1 moeda do total, o número de moedas de Carolina desta vez será múltiplo de 60. O primeiro múltiplo de 60 maior que 200 é $60 \cdot 4 = 240$. Tomando de volta a moeda inicial, Carolina possuiria 241 moedas.

CORREÇÃO!

0,5 ponto – Por concluir e justificar que são 241 moedas.

04) Use os dedos de uma mão para contar da seguinte maneira: o polegar é o primeiro, o indicador é o segundo e assim por diante até o mindinho, que é o quinto. Agora inverta a ordem para continuar, de modo que o anelar é o sexto, o dedo médio é o sétimo, o indicador é o oitavo e o polegar é o nono. Inverta a orientação novamente voltando para o dedo mindinho, de modo que o indicador é o décimo e assim por diante.

a) Tendo o dedo indicador como referência, liste os 5 primeiros números "que nele cairá" na ida e na volta:

SOLUÇÃO!

indicador	1º	2º	3º	4º	5º
Ida	2	10	18	26	34
Volta	8	16	24	32	40

CORREÇÃO!

0,5 ponto – Por preencher a tabela corretamente, 0,05 por item correto.

b) Se você continuar a contar dessa forma, indo e voltando, com os dedos de uma mão, em qual dedo cairá o número 2019?

UMA SOLUÇÃO!

Ao observar a tabela, temos um ciclo completo que se repete a cada 8 unidades, assim, para determinar a quantidade de ciclos completos até 2019, vamos dividi-lo por 8.

```
2019 | 8
 41  | 252
  19
   3
```

O resultado foi 252 com 3 de resto, isso significa que efetuamos 252 ciclos completos e paramos no dedo indicador como o número 2016. Faltam ainda 3 números, correspondente ao resto 3, logo o 2017 cairá no polegar, o 2018 cairá novamente no indicador e, por fim, o 2019 cairá no dedo médio.

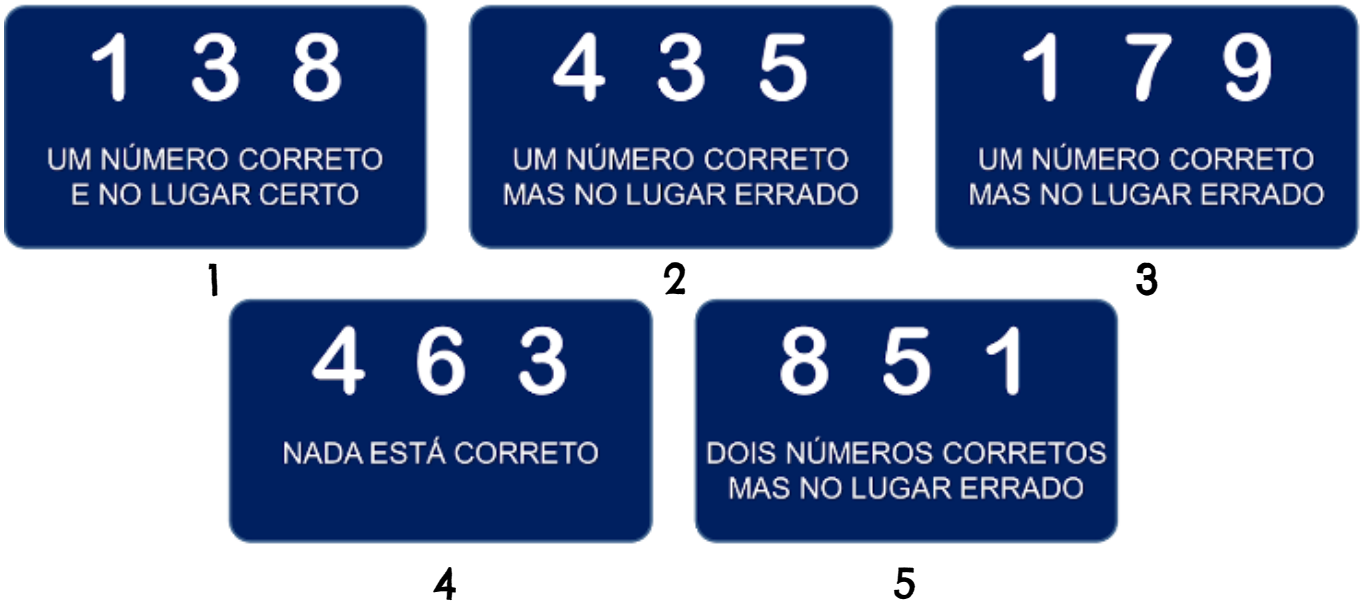
CORREÇÃO!

0,5 ponto – Por concluir o dedo correto.

1,0 ponto – Pela justificativa.

05) Descubra quais são os números que compõe o código:

Eis as dicas:



UMA SOLUÇÃO!

Primeiramente numeramos as dicas:

- Das dicas 1 e 2 eliminamos o dígito 3;
- Das dicas 1 e 3 eliminamos o dígito 1;
- Das dicas 2 e 5 temos o dígito 5 como correto e em lugares errados em ambas, logo o primeiro dígito do código é 5;
- Das dicas 1 e 5 temos o dígito 8 como correto em ambas e, que está no lugar correto na dica 1, portanto, o terceiro dígito do código é 8;
- Nos resta ainda o segundo dígito, e da dica 3 segue que o dígito correto está no lugar errado, logo, não pode ser o dígito 7 que está no meio e nem o dígito 1 foi eliminado, ou seja, o segundo dígito é o 9;
- O código é 598

CORREÇÃO!

0,5 ponto – Por apontar/justificar o 5 como um dos dígitos.
0,5 ponto – Por apontar/justificar o 9 como um dos dígitos.
0,5 ponto – Por apontar/justificar o 8 como um dos dígitos.
0,5 ponto – Por apresentar/justificar os dígitos na ordem correta.

06) Pela manhã, marido e mulher brigaram e pararam de se falar. Durante o dia, a mulher preparou o almoço como se nada tivesse acontecido e deixou 4 bilhetes para o marido: na geladeira, no micro-ondas, na lavadora e no forno. Depois, entregou a ele um outro bilhete, que dizia: **"Se quiser comer, o almoço está na cozinha. Mas apenas um bilhete diz a verdade. Se adivinhar, eu o perdoo, senão, ficará com fome".** Os outros bilhetes diziam o seguinte:

- **na geladeira**: "O almoço está no forno ou na lavadora de roupas";
- **na lavadora**: "O almoço está na geladeira ou no micro-ondas";
- **no micro-ondas**: "O almoço não está aqui";
- **no forno:** "O almoço está aqui".

Onde a esposa escondeu o almoço?

UMA SOLUÇÃO!

Como apenas um dos bilhetes diz a verdade, os demais devem ser falsos, vamos testar cada um dos lugares no qual o almoço possa estar, caso haja mais de um bilhete cuja mensagem seja verdadeira, teremos uma contradição e esta opção deverá ser descartada:

- Se o almoço estivesse na geladeira, os bilhetes da lavadora e do micro-ondas diriam a verdade.
- Se o almoço estivesse na lavadora, os bilhetes da geladeira e do micro-ondas é que seriam verídicos.
- Se o almoço estivesse no forno, os recados deixados no micro-ondas, geladeira e forno diriam a verdade.
- Então o único bilhete verdadeiro estava na lavadora, logo, **O almoço estava escondido no micro-ondas.**

CORREÇÃO!

1,5 pontos – Por concluir e justificar que o bilhete verdadeiro é o da lavadora.

0,5 ponto – Por concluir e justificar que o almoço estava no micro-ondas.